

Übungen - Blatt 12

→ 16.12.2016 (12h)

Aufgabe 1

Sei \mathbf{k} unendlich. Seien

$$\begin{aligned} X &= \{[x_0 : x_1 : x_2 : x_3] \in \mathbb{P}^3(\mathbf{k}) \mid x_0x_3 = x_1x_2\} \\ Y &= \{(x_1, x_2, x_3) \in \mathbb{A}^3(\mathbf{k}) \mid x_1 = (x_3)^2 + (x_2)^3\} \end{aligned}$$

Finden Sie eine birationale Abbildung $X \dashrightarrow Y$.

Tipp: Wenn Sie nichts finden, finden Sie zuerst birationale Abbildungen $f: \mathbb{A}^2(\mathbf{k}) \dashrightarrow X$ und $g: \mathbb{A}^2(\mathbf{k}) \dashrightarrow Y$ (bemerken Sie dazu, dass x_1 von den andern Variablen abhängig ist) und benutzen dann $g \circ f^{-1}$.

Aufgabe 2

Sei \mathbf{k} unendlich. Finden Sie eine birationale Abbildung $X \dashrightarrow Y$, wo

1. $X = \mathbb{P}^2, Y = \mathbb{A}^2$;
2. $X = \mathbb{A}^2, Y = \{[x_0 : x_1 : x_2 : x_3] \in \mathbb{P}^3(\mathbf{k}) \mid (x_0)^2 = x_1x_2\}$;
3. $X = \mathbb{P}^1, Y = \{[x_0 : x_1 : x_2] \in \mathbb{P}^2(\mathbf{k}) \mid (x_0)^2 + (x_1)^2 - (x_2)^2 = 0\}$.
4. $X = \mathbb{P}^1, Y = \{[x_0 : x_1 : x_2] \in \mathbb{P}^2(\mathbf{k}) \mid (x_0)^2x_2 = (x_1)^2(x_1 - x_2)\}$.
- 5.* Glauben Sie dass eine birationale Abbildung $X \dashrightarrow Y$ existiert?
 $X = \mathbb{P}^1, Y = \{[x_0 : x_1 : x_2] \in \mathbb{P}^2(\mathbf{k}) \mid (x_0)^2x_2 = x_1(x_1 - x_2)(x_1 - 2x_2)\}$.